

## ONDAS ACÚSTICA E ÓPTICA

*Engenharia Física, Engenharia Biomédica e Biofísica (2º ano)*

### OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM / ORIENTAÇÕES PARA ESTUDO

18-11-2021

#### A. Óptica Geométrica

1. A Óptica Geométrica baseia-se no conceito de **raios luminosos**, cuja trajectória é determinada pelo **princípio de Fermat**, sendo rectilínea em meios uniformes. Procura determinar as condições em que a imagem é geometricamente semelhante ao objecto (ambos em planos paralelos e perpendiculares ao eixo óptico, em sistemas com simetria cilíndrica).
2. Apoia-se na equação (não-linear) dos **planos conjugados**, no conceito de **ampliação** transversa e de ampliação longitudinal, razoavelmente verificadas desde que se assumam a **aproximação paraxial**. Apoia-se ainda na distinção entre imagens / objectos **reais / virtuais**, coerente com a convenção de **sinais** habitual.
3. Da forma geral da equação dos planos conjugados e da ampliação transversa, decorrem formas aproximadas – e de validade muito restrita – para sistemas **delgados**, ou para sistemas que operem entre espaços com o mesmo índice de refração. As formas gerais e específicas das diversas equações devem ser bem conhecidas e aplicadas com propriedade.
4. Os desvios às previsões da equação dos planos conjugados ou a um valor fixo da ampliação transversa entre planos conjugados, são globalmente considerados como “**aberrações**”. As aberrações (monocromáticas ou não-monocromáticas) distinguem-se entre si consoante a sua natureza e/ou existência de feixes com vértice bem definido.
5. Os **pontos cardinais** – cuja localização deve ser conhecida, sobretudo em sistemas espessos (que não se possam considerar delgados) - viabilizam a aplicação, única, da equação dos planos conjugados a um sistema constituído por um número arbitrário de componentes ópticos. Em alternativa, a imagem constituída no  $n^{\text{ésimo}}$  sistema, deve ser considerada como objecto para o sistema de ordem  $n+1$ . Em qualquer iteração, ambos, o objecto e a imagem, podem ser reais ou virtuais.
6. Conceitos adicionais relevantes: sistemas de potência nula (**afocais**); **diafragmas** de abertura e de campo, **pupilas** (entrada e de saída); **vinhetagem**; **profundidade de campo**; **f/#**.
7. Arquitectura e conceitos de sistemas ópticos fundamentais: **olho humano** (incluindo **ametropias** e sua **compensação**); **lupa**; **telescópios**; **microscópio** (incluindo a variante confocal).

#### B. Ondas

1. Existem fenómenos físicos cuja organização e dependência **espácio-temporal** de uma ou várias grandezas físicas é global, com características completamente diferentes dos fenómenos associados a partículas ou conjunto de partículas: a sua dinâmica é **ondulatória**.
2. Tais fenómenos satisfazem, numa aproximação inicial, uma mesma **equação de ondas (linear)**, que se pode construir de formas diferentes em diferentes situações físicas, produzindo sempre uma **velocidade** de propagação (de **fase**, de **grupo**, ...).
3. Podem-se construir **soluções** quase arbitrárias da equação de ondas. Merecem particular destaque as soluções **harmónicas**, cuja relevância se articula directamente com a **linearidade** da equação de ondas no contexto da **análise de Fourier**. As soluções, em geral, podem-se agregar em duas grandes famílias: ondas que se **propagam** e ondas **estacionárias**, estas últimas manifestação da imposição de **condições fronteira**, as quais fixam o modo **fundamental** e os modos **harmónicos**. Conhecer a modelação da **dissipação** e os benefícios da utilização de um **número de ondas complexo**.
4. Ao impor, como em qualquer domínio da física, **condições de continuidade**, surgem ondas **reflectidas** e **transmitidas** (refractadas) e formas de calcular as respectivas amplitudes (**equações de Fresnel**, no caso da luz, com a sua muito rica fenomenologia).
5. As ondas que se propagam podem realizar trabalho, transportam **energia**, caracterizam-se através da respectiva **potência** e dependem do **quadrado da amplitude**.
6. Para lidar com a enorme variedade de situações físicas, as ondas **sobrepõem-se**, **somam-se**, **interferem**, constituindo **trens** ou **grupos** de ondas que se propagam com a sua **velocidade de grupo**, de particular relevância na geração de impulsos luminosos ultra-curtos.
7. Na detecção de ondas, e em função do movimento relativo entre a fonte e o detector, surge o efeito **Doppler**, observável, de aplicação em inúmeros domínios.

#### C. Ondas luminosas

1. Linearidade da **equação de ondas** e sua importância na geração de soluções complexas com base em combinações lineares de soluções simples.
2. A aproximação da óptica ondulatória deve ser bem entendida: se todas as componentes dos campos **E** e **B** satisfazem a mesma equação de ondas, então uma solução genérica da equação de ondas,  $u(\mathbf{r},t)$  terá um potencial explicativo relevante.
3. A **irradiância** (observável), em  $W/m^2$ , é dada por  $2\langle |u(\mathbf{r},t)|^2 \rangle$ , de modo a garantir coerência com os modelos decorrentes do vector de Poynting, em óptica electromagnética.
4. De entre as soluções **escalares**,  $u(\mathbf{r},t)$  da equação de ondas, serão particularmente úteis as que, num dado ponto, **r**, forem **periódicas** no tempo. Daqui decorre a equação de **Helmholtz** e a **Amplitude Complexa**,  $U(\mathbf{r})$ . Daqui decorre também a noção de onda **monocromática** e – dada a linearidade da equação de ondas – o modelo usual para ondas **polícromáticas**.

- As soluções monocromáticas mais simples da equação de Helmholtz são as ondas **planas** e as ondas **esféricas** – e suas aproximações, as **paraboloidais**. Admitindo que a amplitude das ondas monocromáticas possa variar lentamente com  $z$ , obtêm-se as ondas **paraxiais**. Admitindo que a amplitude das ondas monocromáticas possam variar em  $(x,y)$  – mas não em  $z$  – obtêm-se as ondas de **Bessel**.
- As ondas **gaussianas** são casos especialmente relevantes de ondas paraxiais. Não só têm uma irradiância transversa gaussiana como admitem soluções de “ordem” elevada, associadas a polinómios de Hermite e de Legendre, que impõem os seus zeros às gaussianas.
- Os parâmetros que caracterizam as ondas planas, esféricas, paraxiais, gaussianas, bem como o cálculo da Amplitude Complexa (em módulo e em fase) em qualquer plano à distância  $z$  do plano da fonte, devem ser bem conhecidos, bem como a distinção entre as soluções exactas da equação de Helmholtz e as soluções da equação de **Helmholtz paraxial**.

#### D. Propagação e difracção de ondas [escalares]

- O Princípio de **Huygens-Fresnel** é o princípio básico da **propagação / difracção** de ondas. Para além da imagem mental que proporciona – baseada na interferência entre ondas esféricas geradas a partir de fontes virtuais - é relevante relacioná-lo com o princípio de **Huygens** da Óptica Geométrica: as superfícies de igual fase são, essencialmente, as superfícies de onda geométricas.
- É possível estabelecer dois regimes de aproximação do integral de Huygens-Fresnel, consoante a distância, isto é, os ângulos decorrentes de distâncias longitudinais e a dimensão transversa das regiões de interesse, tanto no plano  $z=0$ , como no plano de observação.
- Com as aproximações de **Fresnel** (aproximações parabólicas às ondas esféricas) e de Fraunhofer (aproximações planas às ondas esféricas) pode-se determinar o campo escalar,  $U_{out}$ , num plano com base no conhecimento do campo escalar  $U_{in}$  noutro plano paralelo ao primeiro. A difracção, em Óptica Ondulatória, formaliza-se entre planos paralelos.
- Na aproximação de **Fraunhofer**, a relação entre  $U_{out}$  e  $U_{in}$ , é simples:  $U_{out}$  é basicamente a transformada de Fourier de  $U_{in}$  - abstraindo de factores de fase sem relevância no cálculo da irradiância – calculada para valores especiais das frequências espaciais.
- Assim, desde que seja conhecida a **Função de Transmissão em Amplitude** no plano  $z=0$ ,  $t(\xi,\eta)$ , é possível calcular a Amplitude Complexa (e a irradiância) difractada em qualquer ponto  $(x,y,z)$  a uma distância  $z$  que satisfaça a condição de Fraunhofer.
- A representação da Amplitude Complexa no plano  $z=0$  através da modelação completa da Função de Transmissão em Amplitude no plano  $z=0$  é crítica. Alguns modelos simples para aberturas retangulares, circulares – tanto de fase como de amplitude – únicas ou regularmente distribuídas (redes de difracção), constituem objectivos relevantes da disciplina, designadamente o modelo de uma lente dotada da respectiva fronteira.
- A aproximação de Fraunhofer impõe uma distância considerável. A interposição de uma **lente**, de distância focal  $f$ , e a observação no seu plano focal, são equivalentes, matematicamente, à aproximação de Fraunhofer: a mesma equação, desde que  $z \rightarrow f$ .
- Como consequência, nos sistemas que formam imagens de objectos no infinito – com imagens no plano focal da lente – como os telescópios ou o olho humano, a imagem é descrita pelo **padrão de difracção de Fraunhofer da pupila de saída da lente**.
- Daqui decorre a teoria do **limite de resolução** (de **Rayleigh**), que remete para a estrutura de difracção de uma abertura circular, isto é, para a função *sombbrero* (ou chapéu mexicano, dada pela razão entre a função de Bessel,  $J_1(x)/x$ ).

#### E. Interferências [ondas escalares]

- Da **linearidade** da equação de Helmholtz decorre que a soma de Amplitudes Complexas é solução da equação de Helmholtz.
- O cálculo da distribuição espacial da irradiância,  $E(x,y)$ , em planos perpendiculares ao eixo dos  $ZZ$ , é relevante para quaisquer pares de tipos de ondas (planas, esféricas, gaussianas), em que a **diferença de fase** entre as ondas varie espacialmente.
- A análise das situações de interferência reduz-se essencialmente aos casos de interferência entre ondas planas e/ou esféricas, contando a posição relativa das respectivas fontes em relação ao plano de observação. Uma das ondas é considerada como referência, a outra contém, através de pequenas variações espaciais ou temporais da fase, a informação desejada.
- Existem vários tipos de interferómetros: de **divisão de amplitude** ou de **divisão de frente de onda**; de dois feixes ou de feixes múltiplos, com ou sem percas. A sua arquitectura, variáveis de que depende a diferença de fase e perfil das franjas, distinguem-nos. Nomes a conhecer: **Young**, **Fizeau**, **Michelson (e variantes)**, **Mach-Zehnder**, **Fabry-Perot**.
- Uma cavidade ressonante constitui uma situação em que o número de ondas que se sobrepõem (interferem) é muito elevado, em função das refletividades dos espelhos que a constituem. As características da Amplitude Complexa que daí resulta são da maior relevância para o funcionamento dos lasers: constituição de ondas estacionárias e frequências de ressonância.

#### F. Óptica Electromagnética (alguns aspectos poderão ser abordados, em função do tempo e dos interesses dos alunos)

- A chave para a integração das propriedades do meio é a relação  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$ , desde que a **susceptibilidade dieléctrica** ( $\chi$ ) possa ser representada por um número complexo, e no caso de materiais anisótropos, por tensores de 2ª ordem. Desta relação decorre ainda a **distinção** entre a Óptica linear e a Óptica Não-Linear, esta última na base de uma fenomenologia muito rica.
- Os modelos de propagação de ondas estudados em Óptica Ondulatória mantêm-se válidos, mas é fundamental integrar as propriedades dos meios em que as ondas se propagam, de acordo com a existência ou não de electrões livres (modelo de **Lorentz** para os dieléctricos, ou de **Drude** para metais), e entender a variação espectral de diversas grandezas. As constantes materiais são, assim, representadas por números complexos, de modo a poder ser modelada tanto a **dispersão** (variação da velocidade de propagação da onda com a frequência), como a **absorção** (igualmente dependente da frequência).

3. Os meios lineares e isotrópicos são particularmente importantes, neles se verificando relações específicas entre constantes materiais, bem como a **transversalidade** das ondas planas monocromáticas e a **relação entre as amplitudes** dos campos eléctrico e magnético, através da impedância do meio.
  4. Devem ser conhecidas muito genericamente as características genéricas dos materiais não-lineares de 2ª e 3ª ordem e alguns fenómenos associados.
  5. Nas superfícies de descontinuidade entre dois meios, as equações de Maxwell impõem a **continuidade** das componentes *tangenciais* de **E** e de **H**, e das componentes *normais* de **D** e de **B**. Daqui resultam, respectivamente, as equações da reflexão e da refração, bem como as 4 **equações de Fresnel** para as polarizações paralela e perpendicular ao plano de incidência.
  6. Devem ser compreendidos os modelos para polarização linear, circular, elíptica e ausência de polarização, bem como os principais mecanismos físicos para gerar ou alterar o estado de polarização de uma onda.
- G. Lasers** (este tópico – designadamente o nº 2 - será utilizado a título de exemplos em interferometria e no tratamento das ondas gaussianas. Os outros tópicos poderão ser brevemente referidos, sendo fundamentais para a compreensão do funcionamento dos lasers).
1. Aspectos quânticos: emissão estimulada, risco de absorção, inversão de populações, ganho (*não coberto*).
  2. Aspectos electromagnéticos: cavidade ressonante, modos estacionários, frequências de ressonância, modos gaussianos, seleção de modos, monocromaticidade, polarização.
  3. Geração de impulsos ou de ondas contínuas.
  4. Aplicações.

#### **H. Formulário**

Em todos os domínios anteriores, devem ser compreendidas as fórmulas que constam do Formulário, bem como as grandezas representadas e contextos de utilização.

## ONDAS

1. Apreender as principais características comuns a todos os **fenómenos ondulatórios**, por comparação com os que corpusculares (perspectiva clássica). Aceitar que uma mesma equação de ondas se pode construir de acordo com cada fenomenologia em particular, embora em espaços de diferentes dimensões. Reconhecer que a **função de onda** pode ter características físicas (e algébricas) muito distintas, para as várias famílias de fenómenos. Reconhecer que, em todos os casos, a equação de ondas gera naturalmente uma grandeza com dimensões de **velocidade**, uma velocidade característica de propagação da onda no meio, a **velocidade de fase**.
2. Aceitar que podem existir ondas **transversas, longitudinais** e ainda híbridas. Conhecer a forma de gerar analiticamente soluções da equação de **ondas 1D** com base nas condições iniciais. Compreender que a equação de ondas não determina a forma matemática da solução mas apenas a estrutura espaço-temporal da onda, isto é, a **estrutura da fase**. Reconhecer as **soluções harmónicas** como solução da equação de ondas e conhecer todos os parâmetros utilizados para as definir completamente: **frequências linear ou angular, espacial ou temporal, amplitude, comprimento de ondas, período**.
3. Conhecer a **relação de dispersão**, que relaciona as periodicidades espacial e temporal. Entender a relevância da **linearidade** da equação de ondas e a sua utilização na geração de novas soluções por **combinação linear** de soluções conhecidas, mas simples. Conhecer a utilização de ondas harmónicas como modelos de ondas electromagnéticas **monocromáticas**. Compreender que a **energética** de uma onda (energia e potência) dependem basicamente do quadrado da amplitude da onda.
4. Conhecer as soluções **estacionárias** da equação de ondas, compreendendo que elas resultam da **sobreposição** de ondas que se propaguem em sentidos contrários. Compreender de que forma as **condições fronteira** podem **discretizar** os valores da frequência angular das ondas que se propagam num meio. Compreender o conceito de **modo fundamental** e modos **harmónicos** e sua relevância na fixação do **timbre** de um som.
5. Compreender os **grupos de ondas** que resultam da sobreposição de ondas harmónicas, e o conceito de **velocidade de grupo**, como velocidade de fase da componente de baixa frequência de um grupo. Conhecer a utilidade deste conceito na geração de **impulsos luminosos**.
6. Compreender de que forma uma **descontinuidade num meio** dá origem a uma onda **reflectida** e a uma onda **transmitida** e conhecer as consequências deste resultado geral na propagação das ondas EM, em particular conhecendo as **equações e coeficientes de Fresnel**, a sua divisão consoante a polarização da onda incidente, e o comportamento geral destes coeficientes (em amplitude e em fase, em função do ângulo de incidência. Conhecer fenómenos específicos das ondas EM, nomeadamente lei de **Brewster**, reflexão **interna total** /e frustrada), ondas **evanescentes** e suas aplicações.
7. Compreender a forma de modelar a **dissipação** em fenómenos ondulatórios, através da utilização de um número de ondas (**k**) **complexo**, com a parte real e a parte imaginária e modelarem o índice de refração e a atenuação, respectivamente. Conhecer a lei de **Beer-Lambert**.
8. Perceber a física do efeito **Doppler** clássico, e as suas instâncias para geométricas não colineares ou para velocidades relativistas.